解 説 論 文

直交半直線交差グラフとナノ回路

Orthogonal Ray Graphs and Nanocircuits

上野修一 Shuichi UENO

アブストラクト　Carbon Nano-Tube などを構成要素とするナノ回路は，製造が比較的容易であることなどから，有望なアーキテクチャとして活発に研究されている．しかしながら，その微細さからナノ回路には欠陥が不可避であり，ナノ回路の耐欠陥設計は大変重要な課題である．本稿では，ナノ回路の耐欠陥設計に関する二つの基本的な問題を取り上げ，付随するグラフ理論を紹介する．

キーワード　グラフ理論，多項式時間アルゴリズム，直交半直線交差グラフ，ナノ回路，ナノクロスバ回路，NP 困難

Abstract　Nanocircuits consisting of materials such as carbon nanotubes have been extensively investigated as promising architechures, since they are relatively easily manufactured. Owing to their small scale, however, nanocircuits are likely to contain many defects, and defect tolerance is an essential issue in their design. We introduce two fundamental problems in the defect-tolerant design of nanocircuits and survey the graph theory associated with the problems.

Key words　Graph Theory, Polynomial Time Algorithm, Orthogonal Ray Graph, NanoCircuit, Nano-Crossbar Circuit, NP-Hard

1. はじめに

現在主流の CMOS 集積回路に将来代わるものとして CNT(Carbon Nano-Tube) などを構成要素とするナノ回路 (Nano-Circuit) が最近注目されている．中でも規則的な構造をもつナノクロスバ回路 (Nano-Crossbar Circuit) は製造が比較的容易であることなどから，将来有望なアーキテクチャとして活発に研究されている．しかしながら，その微細さからナノ回路には欠陥が不可避であり，ナノ回路の耐欠陥設計が大変重要な課題であることが知られている．本稿では，ナノクロスバ回路の耐欠陥設計に関する二つの基本的な問題のグラフ理論的な定式化を紹介するとともに，その計算複雑度と付随する直交半直線交差グラフの理論を紹介する．

2. ナノクロスバ回路

ナノクロスバ回路は CNT などから成る水平・垂直なナノワイヤとそれらの交差点に配置されるプログラム可能なスイッチから構成されるが，その模式図を図 1 に示す．欠陥がない場合には，図 2 に示すようにスイッチを設定すると論理関数

$$F_1 = X + XY$$

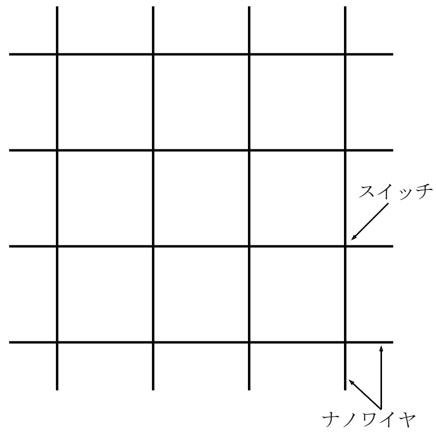

図 1　ナノクロスバ回路

を簡単に実現することができる．ここで，交差点の黒丸はスイッチがオンであることを示し，各垂直ナノワイヤにはその上のオンであるスイッチで結ばれた水平ナノワイヤ上の論理変数の積項が実現されるものとする．また簡単のために，論理関数 F の全ての積項が実現されているとき，F が実現されていると言うことにする．(論理和は，古典的な PLA(Programmable Logic Array) と同じように，別のナノクロスバ回路で実現される.)

ところで，ナノクロスバ回路は大変微小なので，多くの欠陥が存在することが知られており，耐欠陥設計が不可欠であると言われている．以下では，欠陥がある不完全なナノクロスバ回路上で論理関数を実現するための耐欠陥設計法を二つ紹介する．ただし，欠陥のモデルも様々あるが，ここでは断線欠陥のみを

上野修一　正員：フェロー　東京工業大学大学院理工学研究科通信情報工学専攻
E-mail　ueno@eda.ce.titech.ac.jp
Shuichi UENO, Fellow, Member (Graduate School of Sciences and Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152-8550 Japan).

電子情報通信学会 基礎・境界ソサイエティ
Fundamentals Review Vol.8 No.1 pp.30–36 2014 年 7 月

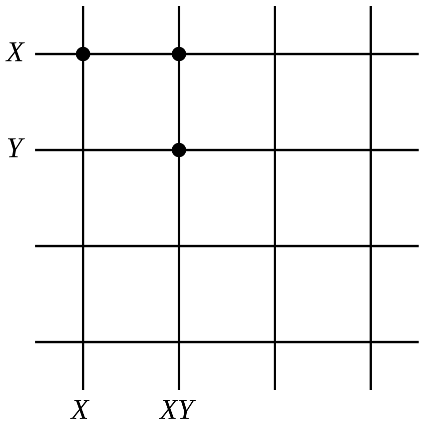

図 2　論理関数 F_1 の実現

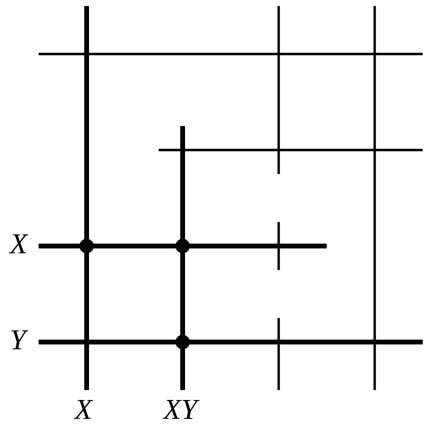

図 4　免欠陥部分ナノクロスバ回路上での F_1 の実現

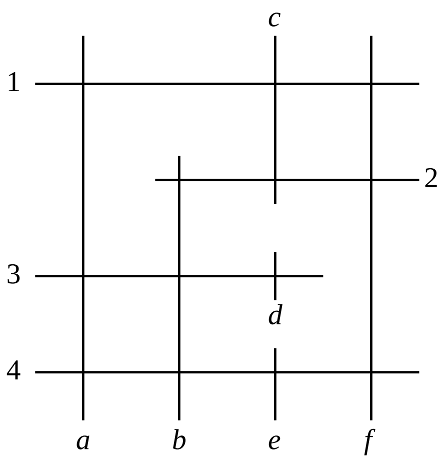

図 3　不完全なナノクロスバ回路 C_1

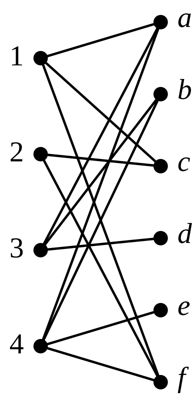

図 5　図 3 の回路 C_1 の 2 部グラフ表現 G_{C_1}

仮定する．

3. 免欠陥部分ナノクロスバ回路

Tahoori は 2005 年の ICCAD で，規模が最大である欠陥のない部分ナノクロスバ回路を見つけて，その免欠陥部分ナノクロスバ回路の中で所望の論理関数を実現する耐欠陥設計法を提案している(1)．例えば，図 3 に示すような不完全なナノクロスバ回路 C_1 には図 4 に太線で示すような 2×2 の欠陥のない最大部分ナノクロスバ回路があるので，この中で図 4 に示すように論理関数 F_1 を実現することができる．一般に，論理関数 F が m 個の変数と n 個の積項から成るとき，$m \times n$ の免欠陥部分ナノクロスバ回路が存在すれば，その上で F を実現することができる．

欠陥のない最大部分ナノクロスバ回路を見つける問題（免欠陥部分ナノクロスバ回路問題）は以下のようにしてグラフの問題として定式化できる．簡単のために，欠陥のない最大正方部分ナノクロスバ回路を見つける問題を考えよう．まず，不完全なナノクロスバ回路 C を 2 部グラフ G_C で表現する．(U_h, U_v) を G_C の点集合の 2 分割とする．U_h は水平なナノワイヤの集合を表現し，U_v は垂直なナノワイヤの集合を表現している．水平

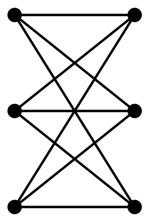

図 6　完全 2 部グラフ $K_{3,3}$

なナノワイヤと垂直なナノワイヤが交差するときかつそのときに限って対応する 2 点を辺で結ぶ．すなわち，二つのナノワイヤの交差点のスイッチは辺で表現されている．図 5 に図 3 の不完全なナノクロスバ回路 C_1 の 2 部グラフ表現 G_{C_1} を示す．欠陥のない正方部分ナノクロスバ回路は G_C の均衡 2 部クリークに対応していることに注意されたい．ここで，2 部クリークとは完全 2 部グラフ $K_{m,n}$ と同形な部分グラフのことである．また，$m = n$ のとき，2 部クリークは均衡していると言う．完全 2 部グラフの例として図 6 に $K_{3,3}$ が示されている．

そこで我々の問題（免欠陥部分ナノクロスバ回路問題）は，不

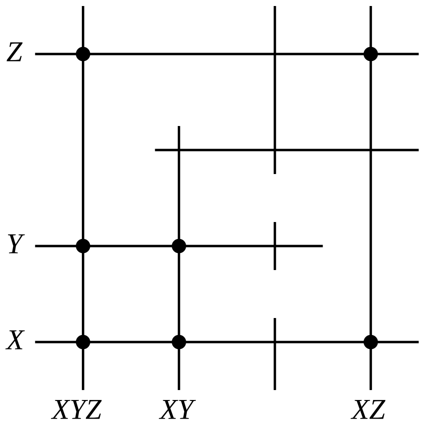

図 7　図 3 の回路 C_1 上での論理関数 F_2 の実現

完全なナノクロスバ回路を表現する 2 部グラフの点数最大の均衡 2 部クリークを見つける問題（均衡 2 部クリーク問題）として定式化できることが分かる．ところが，この均衡 2 部クリーク問題は NP 困難であることがよく知られているので[(2),(3)]，幾つかの発見的手法が提案されている[(1),(4)～(6)]．

4.　耐欠陥論理マッピング

一方，Rao, Orailoglu, Karri は 2006 年の DAC で，論理関数を不完全なナノクロスバ回路に直接マッピングして実現する耐欠陥設計手法を提案している[(7)]．この手法は，欠陥のない最大部分ナノクロスバ回路を見つける必要がないことに注意されたい．例えば，図 3 の不完全なナノクロスバ回路 C_1 に論理関数

$$F_2 = XY + XYZ + XZ$$

を図 7 に示すように実現することができる．しかしながら，図 3 の不完全なナノクロスバ回路 C_1 には 3×3 の免欠陥部分ナノクロスバ回路がないので，前章の免欠陥部分ナノクロスバ回路を見つけてその中に F_2 を実現する方法は使えない．

論理関数を不完全なナノクロスバ回路に直接マッピングする問題は以下のようにしてグラフの問題として定式化できる．まず，論理関数 F を 2 部グラフ H_F で表現する．(V_v, V_c) を H_F の点集合の 2 分割とする．V_v は論理関数の変数の集合を表現し，V_c は論理関数の積項の集合を表現している．論理変数が積項に含まれているときかつそのときに限って対応する 2 点を辺で結ぶ．図 8 に論理関数 F_2 の 2 部グラフ表現 H_{F_2} を示す．

論理関数 F の論理変数と積項をそれぞれ適当な水平ナノワイヤと垂直ナノワイヤに割り当てて F を実現するので,「論理関数 F を不完全なナノクロスバ回路 C 上で実現できるための必要十分条件は，G_C が H_F と同形な部分グラフを含んでいることである」ということになる．

例えば，図 8 の H_{F_2} の点集合から図 5 の G_{C_1} の点集合への写像 $\sigma : V(H_{F_2}) \to V(G_{C_1})$ を

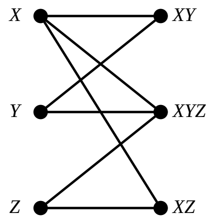

図 8　論理関数 F_2 の 2 部グラフ表現 H_{F_2}

$$\begin{array}{lcl} \sigma : X & \mapsto & 4 \\ \sigma : Y & \mapsto & 3 \\ \sigma : Z & \mapsto & 1 \\ \sigma : XY & \mapsto & b \\ \sigma : XYZ & \mapsto & a \\ \sigma : XZ & \mapsto & f \end{array}$$

と定義すると，点の隣接関係が保存されていることが分かる．すなわち，

$$(u, v) \in E(H_{F_2}) \Rightarrow (\sigma(u), \sigma(v)) \in E(G_{C_1})$$

となっているので，G_{C_1} が H_{F_2} と同形な部分グラフを含んでいることを確かめることができる．ここで，$V(G)$ と $E(G)$ はそれぞれグラフ G の点集合と辺集合を表している．図 7 の F_2 の実現はこの写像 σ に基づいている．このような σ を部分グラフ同形写像と呼ぶことにする．

そこで我々の問題（耐欠陥論理マッピング問題）は，2 部グラフの部分グラフ同形問題として定式化できることが分かる．ここでの部分グラフ同形問題は，与えられた 2 部グラフ G と H に対して，G が H と同形な部分グラフを含んでいるときに部分グラフ同形写像を求める問題である．ところが，この部分グラフ同形問題も NP 困難であることがよく知られているので[(2)]，幾つかの発見的手法が提案されている[(6)～(9)]．

5.　計算複雑度

さて，よく知られているように，均衡 2 部クリーク問題も部分グラフ同形問題も 2 部グラフに対して NP 困難であるわけだが，これが直ちに免欠陥部分ナノクロスバ問題と耐欠陥論理マッピング問題が難しいことを意味するわけではないことに注意する必要がある．それは，不完全なナノクロスバ回路 C を表現する 2 部グラフ G_C は特別な 2 部グラフだからである．

平面上の座標軸に平行な線分を点集合として，直交する二つの線分が交差するときかつそのときに限ってそれらの線分に対応する点を辺で結んで得られるグラフを格子交差グラフ (Grid Intersection Graph) と呼ぶ[(10)]．ただし，平行な線分は互いに交わらないものとする．格子交差グラフは特別な 2 部グラフであり，全ての 2 部グラフが格子交差グラフであるとは限らないことが知られている[(10)]．定義から G_C は格子交差グラフであるので，G_C は特別な 2 部グラフであることが分かる．

更に，G_C は特別な格子交差グラフであることも分かる．実は，

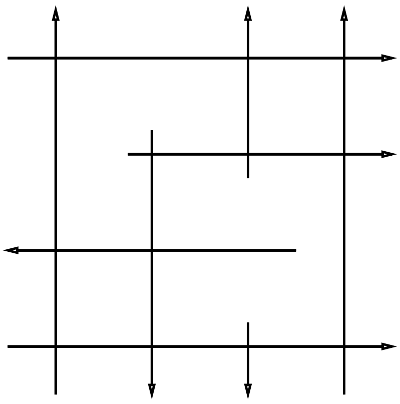

図 9　半直線で表現したナノクロスバ回路

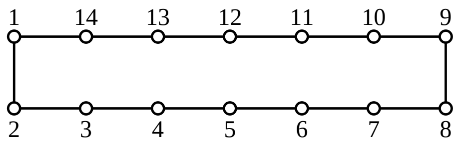

図 10　長さ 14 の閉路

ナノワイヤは外部から制御されるので，ナノクロスバ回路の周囲に届かないナノワイヤは使用することができない．例えば，図 3 のナノワイヤ d は論理関数の実現に使用することができない．

ナノクロスバ回路の周囲に届くナノワイヤと届かないナノワイヤを区別するためにはどうしたらよいであろうか．一つの方法としてナノクロスバ回路の周囲に届くナノワイヤを半直線で置き換えることが考えられる.「ナノワイヤがナノクロスバ回路の周囲に届くための必要十分条件は，そのナノワイヤを他のナノワイヤとの交差関係を保存したまま半直線に延長できることである」ということが簡単に分かる．図 3 の d 以外のナノワイヤを半直線で置き換えたナノクロスバ回路を図 9 に示す．

論理関数の実現に使用できるナノワイヤを半直線で置き換えたナノクロスバ回路を表現する 2 部グラフは直交半直線交差グラフ (Orthogonal Ray Graph) と呼ばれている[11]．以上の議論から，G_C は直交半直線交差グラフであるということになる．

直交半直線交差グラフは特別な格子交差グラフであり，全ての格子交差グラフが直交半直線交差グラフであるとは限らない．例えば，図 10 に示す長さ 14 の閉路は図 11 に示すように格子交差グラフであるが，直交半直線交差グラフではない[11]．実際，図 12 に示すように，長さ 12 の閉路は直交半直線交差グラフであるので，図 11 の線分を図 12 と同じように 1 から順に半直線で置き換えてみると，線分 14 を左右どちら向きの半直線で置き換えても三つの半直線と交差してしまい閉路にならないので，長さ 14 の閉路は直交半直線交差グラフではないことが分かる．

以上のことから，免欠陥部分ナノクロスバ問題と耐欠陥論理マッピング問題の計算複雑度は，それぞれ直交半直線交差グラフに対する均衡 2 部クリーク問題と部分グラフ同形問題の計算複雑度に対応することが分かる．実は，後者はやはり NP 困難であるが，前者は多項式時間で解けることが知られている[12]．これらの結果の証明を本稿で説明するわけではないが，これらの結果は直交半直線交差グラフの構造に依存しているので，次章ではこの直交半直線交差グラフに関する基本的な事柄を紹介したいと思う．

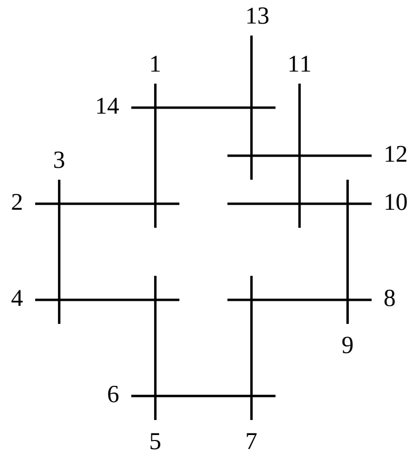

図 11　長さ 14 の閉路に対応する線分の集合

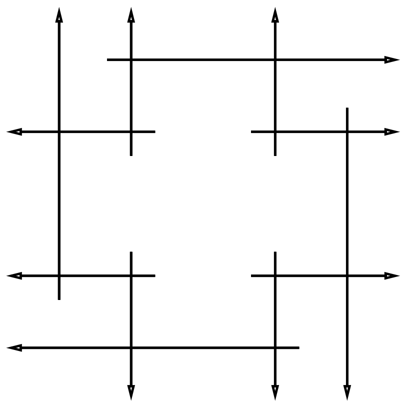

図 12　長さ 12 の閉路に対応する半直線の集合

6. 直交半直線交差グラフ

格子交差グラフは，その点に対応する線分が全て同じ長さであるとき，単位格子交差グラフ (Unit Grid Intersection Graph) と呼ばれる[13]．また，単位格子交差グラフの点に対応する線分の集合をその単位格子表現と呼ぶ．単位格子交差グラフは特別な格子交差グラフであり，全ての格子交差グラフが単位格子交差グラフであるとは限らないことが知られている[13]．

直交半直線交差グラフの点に対応する半直線の交差関係は，各半直線の始点から十分に長い同じ長さで切り取った線分で保存することができるので，直交半直線交差グラフは単位格子交差グラフであることが分かる[11]．図 11 の線分は同じ長さなので，長さ 14 の閉路は単位格子交差グラフでもあることが分かる．したがって，直交半直線交差グラフは特別な単位格子交差グラフであり，全ての単位格子交差グラフが直交半直線交差グラフで

あるとは限らない．

単位格子交差グラフの各点に対応する線分の長さが 1 であるものとする．このとき，以下のような直交半直線交差グラフの特徴付けが知られている[(14),(15)]．すなわち，「単位格子交差グラフが直交半直線交差グラフであるための必要十分条件は，任意の実数 $\varepsilon > 0$ に対して，辺の長さ $1+\varepsilon$ の正方形の中に配置された単位格子表現があることである」というものである．これは面白い特徴付けであると思うが，単位格子交差グラフの認識問題が NP 困難であることが知られているので[(14)~(16)]，直交半直線交差グラフの認識問題には応用できない．

直交半直線交差グラフに対してはその他に幾つかの必要条件が知られている．例えば，前章で長さ 14 の閉路は直交半直線交差グラフではないことを述べたが，長さ 14 以上の任意の閉路は直交半直線交差グラフではないことが知られている．したがって，「長さ 14 以上の閉路を誘導部分グラフとして含まないことは，直交半直線交差グラフであるための必要条件である」ということが分かる[(11)]．

一方，特別な直交半直線交差グラフに対しては様々な特徴付けが知られている．直交半直線交差グラフの点集合は平面上の 4 方向に延びる半直線の集合に対応しているが，水平な半直線が全て右側に延びている場合には，3 方向直交半直線交差グラフと呼ぶ．また，水平な半直線が全て右側に延びていて，垂直な半直線が全て上側に延びている場合には，2 方向直交半直線交差グラフと呼ぶ．

簡単に分かるように，長さ 4 の閉路は 2 方向直交半直線交差グラフであるが，長さ 6 以上の任意の閉路は 2 方向直交半直線交差グラフではないことが知られている[(11)]．また，「木が 2 方向直交半直線交差グラフであるための必要十分条件は，それが図 13 に示されている木を部分木として含まないことである」ということも知られている[(11)]．実は，2 方向直交半直線交差グラフに関しては，様々な特徴付けが知られている[(11),(17),(18)]．ここでは，円弧交差グラフ (Circular-Arc Graph) による特徴付けを紹介する．一つの円上の円弧の集合を点集合とし，二つの円弧が交わるときかつそのときに限って対応する二つの点を辺で結んで得られるグラフを円弧交差グラフと呼ぶ[(19)]．例として，図 14 の円弧の集合に対応する円弧交差グラフを図 15 に示す．文献(11)では，「2 部グラフが 2 方向直交半直線交差グラフであるための必要十分条件は，その補グラフが円弧交差グラフであることである」ということが示されている．ここで，グラフ G の補グラフとは，点集合は G と同じで，G において辺で結ばれていない 2 点を辺で結んで得られるグラフのことである．円弧交差グラフに対しては多項式時間の認識アルゴリズムが知られているので[(20)]，2 方向直交半直線交差グラフを認識するための多項式時間アルゴリズムが得られることが分かる[(11)]．

3 方向直交半直線交差グラフの特徴付けは知られていないが，「木が 3 方向直交半直線交差グラフであるための必要十分条件は，それが 2 方向直交半直線交差グラフであることである」ということが最近明らかになった[(21)]．また，長さ 4 と 6 の閉路は 3 方向直交半直線交差グラフであるが，長さ 8 以上の任意の閉路は 3 方向直交半直線交差グラフではないことも知られている[(21)]．

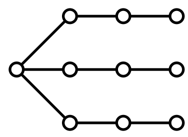

図 13　2 方向直交半直線交差グラフではない木

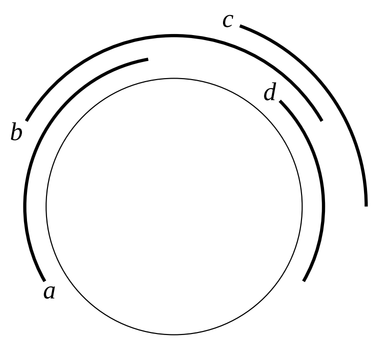

図 14　円弧の集合

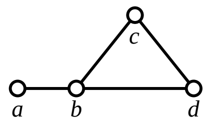

図 15　円弧交差グラフ

上にも述べたが，直交半直線交差グラフに対して，多項式時間の認識アルゴリズムを導くような特徴付けはまだ知られていない．一方，木が直交半直線交差グラフであるための必要十分条件は最近明らかになり，そのような木を認識するための線形時間アルゴリズムも提案されている[(21)]．ちなみに，文献(22)では，各点に対応する半直線の向きがあらかじめ指定されている直交半直線交差グラフを認識するための多項式時間アルゴリズムが提案されている．

7．交差 2 部グラフの階層

集合の族 $\mathcal{F}$ を点集合として，$\mathcal{F}$ に属す集合 S, T に対して，$S \cap T \neq \emptyset$ のときかつそのときに限って S と T を辺で結んで得られるグラフを交差グラフ (Intersection Graph) と呼ぶ．格子交差グラフや直交半直線交差グラフは交差 2 部グラフであるが，その他にも様々な交差 2 部グラフが知られている．図 16 にそれらの包含関係を示している．

長さ 6 以上の閉路を誘導部分グラフとして含まない 2 部グラフを弦 2 部グラフ (Chordal Bipartite Graph) と呼ぶ．前章で述べたように，長さ 6 の閉路は 3 方向直交半直線交差グラフであるから，3 方向直交半直線交差グラフ族は弦 2 部グラフ族の部分集合ではない．また，弦 2 部グラフ族が格子交差グラフ族の部分集合でないことは文献(23)の結果から導くことができる．

2 方向直交半直線交差グラフ族に含まれる交差 2 部グラフ族に関してはここでは説明しないが，例えば文献(24)を参照されたい．

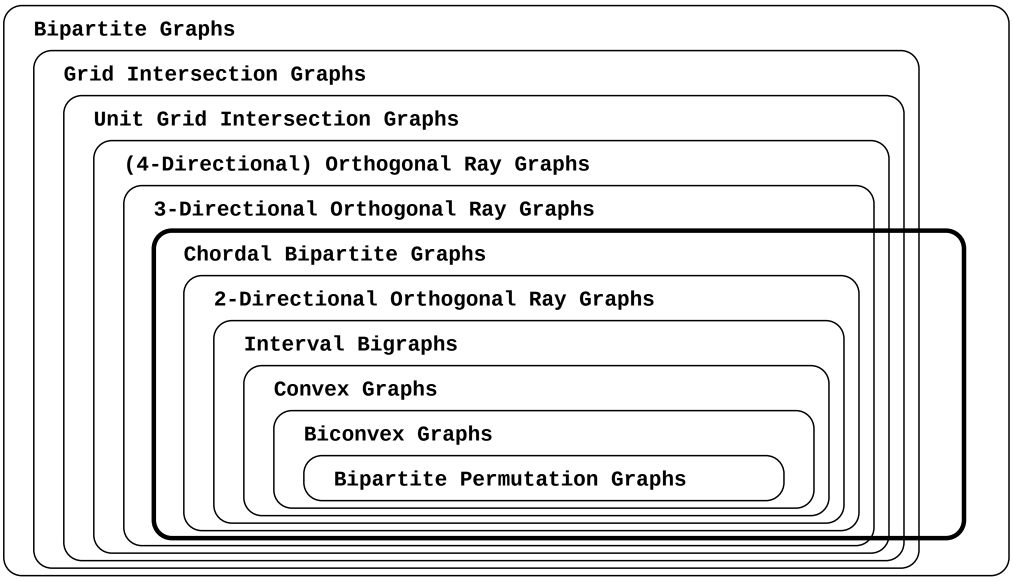

図 16　交差 2 部グラフの階層

8. むすび

直交半直線交差グラフ及び 3 方向直交半直線交差グラフの認識問題の計算複雑度は興味ある未解決問題である．

ナノクロスバ回路の耐欠陥設計の他のアーキテクチャや最近の展開に関しては，例えば文献(4)～(6)，(8)，(9)，(25)，(26)を参照されたい．また，直交半直線交差グラフのその他の話題に関しては，文献(16)，(17)，(22)，(27)～(30)などを参照されたい．

謝辞　図を作成して頂いた大学院生の高岡旭氏に深謝する．

文　　献

(1) M.B.Tahoori, “A mapping algorithm for defect-tolerance of reconfigurable nano-architectures,” Proc. of ICCAD, pp.667-671, 2005.
(2) M.Garey and D.Johnson, Computers and intractability, W.H.Freeman and Company, New York, 1979.
(3) D.Johnson, “The NP-completeness column: An ongoing guide,” J. Algorithms, vol.8, no.3, pp.438-448, 1987.
(4) M.B.Tahoori, “Application-independent defect-tolerance of reconfigurable nanoarchitectures,” ACM J. Emerg. Technol. Comput. Syst., vol.2, no.3, pp.197-218, 2006.
(5) A.A.Al-Yamani, S.Ramsunder, and D.Pradhan, “A defect tolerance scheme for nanotechnology circuits,”IEEE Trans. Circuits and Syst.-I, Fundam. Theory Appl, vol.54, no.11, pp.2402-2409, 2007.
(6) M.Zamani, H.Mirzaei, and M.B.Tahoori, “ILP formulations for variation/defect-tolerant logic mapping on crossbar nano-architectures,” ACM J. Emerg. Technol. Comput. Syst., vol.9, no.3, article 21, 2013.
(7) W.Rao, A.Orailoglu, and R.Karri, “Topology aware mapping of logic functions onto nanowire-based crossbar architectures”, Proc. of DAC, pp.723-726, 2006.
(8) T.Hogg and G.Snider, “Defect-tolerant logic with nanoscale crossbar circuits,” J. Electron. Test., Theory and Appl., vol.23, pp.117-129, 2007.
(9) W.Rao, R.Karri, and A. Orailoglu, “Logic mapping in crossbar-based nanoarchitectures,” IEEE Des. & Test Comput., vol.26, no.1, pp.68-76, 2009.
(10) I.B.-A.Hartman, I.Newman, and R.Ziv, “On grid intersection graphs,” Discrete Math., vol.87, pp.41-52, 1991.
(11) A.M.S.Shrestha, S.Tayu, and S.Ueno, “On orthogonal ray graphs,” Discrete Appl. Math., vol.158, pp.1650-1659, 2010.
(12) A.M.S.Shrestha, A.Takaoka, S.Tayu, and S.Ueno, “On two problems of nano-PLA design,”IEICE Trans. Inf. Syst., vol.E94-D, no.1, pp.35-41, Jan. 2011.
(13) Y.Otachi, Y.Okamoto, and K.Yamazaki, “Relationships between the class of unit grid intersection graphs and other classes of bipartite graphs,” Discrete Appl. Math., vol.155, pp.2383-2390, 2007.
(14) I.Mustaţă and M.Pergel, “Unit grid intersection graphs: Recognition and properties,” arXiv:1306.1855v1, 2013.
(15) I.Mustaţă, M.Pergel, A.Takaoka, S.Tayu, and S.Ueno, “On unit grid intersection graphs,” in preparation.
(16) A.Takaoka, S.Tayu, and S.Ueno, “On unit grid intersection graphs,” IEICE Technical Report, CAS2013-31, VLD2013-41, SIP2013-61, MSS2013-31, pp.171-175, July 2013.
(17) J.A.Soto and C.Telha, “Jump number of two-directional orthogonal ray graphs,” Lect. Notes Comput. Sci., vol.6655, pp.389-403, 2011.
(18) A.Takaoka, S.Tayu, and S.Ueno, “A note on two-directional orthogonal ray graphs and related graphs,” IEICE Technical Report, CAS2013-63, MSS2013-42, pp.99-104, Nov. 2013.
(19) A.C.Tucker, “Characterizing circular-arc graphs,”Bull.Amer.Math.Soc., vol.76, pp.1257-1260, 1970.
(20) R.McConnell, “Linear-time recognition of circular-arc graphs,” Algorithmica, vol.37, no.2, pp.93-147, 2003.
(21) I.Mustaţă, K.Nishikawa, A.Takaoka, S.Tayu, and S.Ueno, “On orthogonal ray trees,” in preparation.
(22) S.Felsner, G.B.Mertzios, and I.Mustaţă, “On the recognition of four-directional orthogonal ray graphs,” Lect. Notes Comput. Sci., vol.8087, pp.373-384, 2013.
(23) L.S.Chandran, M.C.Francis, and R.Mathew, “Chordal bipartite graphs with high boxicity,” Graphs Combi., vol.27, no.3, pp.353-362, 2011.
(24) A.Brandstadt, V.B.Le, and J.P.Spinrad, Graph classes: A survey, SIAM, Philadelphia, 1999.
(25) A.DeHon and H.Naeimi, “Seven strategies for tolerating highly defective fabrication,” IEEE Des. Test Comput., vol.22, no.4, pp.306-315, 2005.
(26) Y.Su and W.Rao, “An integrated framework toward defect-tolerant logic implementation onto nanocrossbars,” IEEE Trans. Comput.-Aided Des. Integr. Circuits Syst., vol.33, no.1, pp.64-75, 2014.
(27) A.M.S.Shrestha, S.Tayu, and S.Ueno, “Bandwidth of convex bigraphs and related graphs,” Info. Process. Lett., vol.112, no.11, pp.411-417, 2012.
(28) A.Takaoka, S.Tayu, and S.Ueno, “Representation of bipartite graphs by OBDDs,” IPSJ SIG Technical Report, vol.2012-AL-141, no.4,

2012.
（29） C.G.Plaxton, “Vertex-weighted matching in two-directional orthogonal ray graphs, ” Lect. Notes Comput. Sci., vol.8283, pp.524-534, 2013.
（30） S.Chaplick, P.Hell, Y.Otachi, T.Saitoh, and R.Uehara, “Intersection dimension of bipartite graphs, ”Lect. Notes Computer Sci., vol.8402, pp.323-340, 2014.

（CAS 研究会提案，平成 24 年 4 月 21 日受付
5 月 22 日最終受付）

上野　修一（正員：フェロー）
1976 山梨大・工・電子卒．1982 東工大大学院博士課程了．工博．同年同大学・工・助手．1987 同助教授．1997 同教授．現在同大大学院理工学研究科教授．並列・VLSI 計算工学のグラフ理論的基礎研究に従事．1986 本会論文賞，1990 情報処理学会 30 周年記念論文賞各受賞．著書「情報とアルゴリズム」,「情報基礎数学」．